Πρόβλημα:

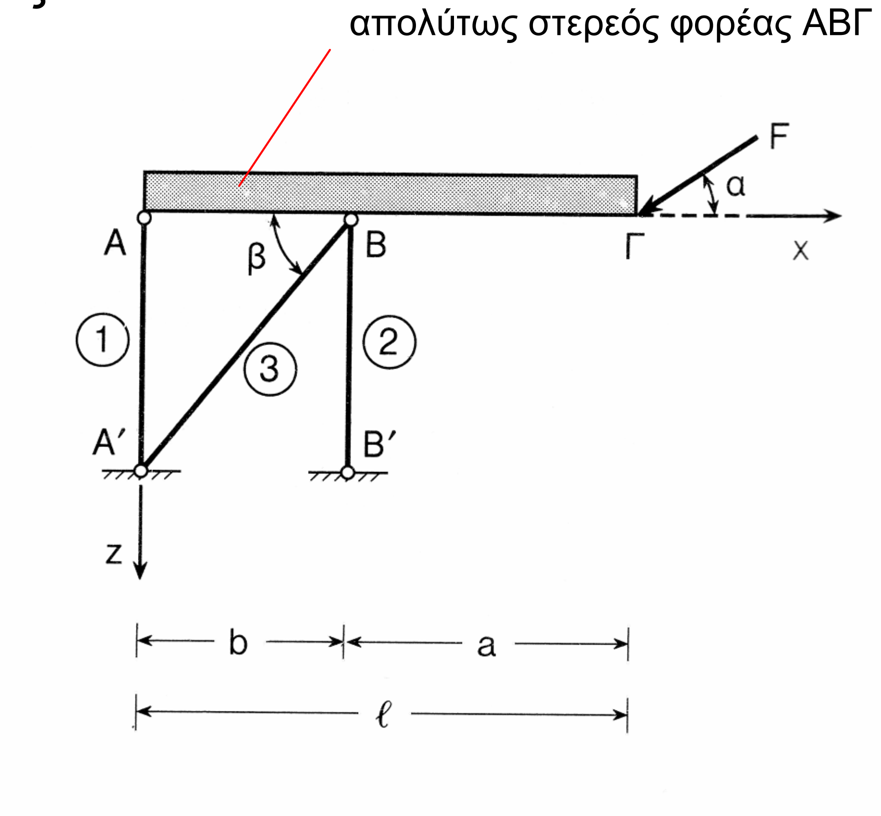
Να προσδιοριστούν οι αντιδράσεις των δεσμικών ράβδων (1), (2) και (3) …

Τρόποι επίλυσης:

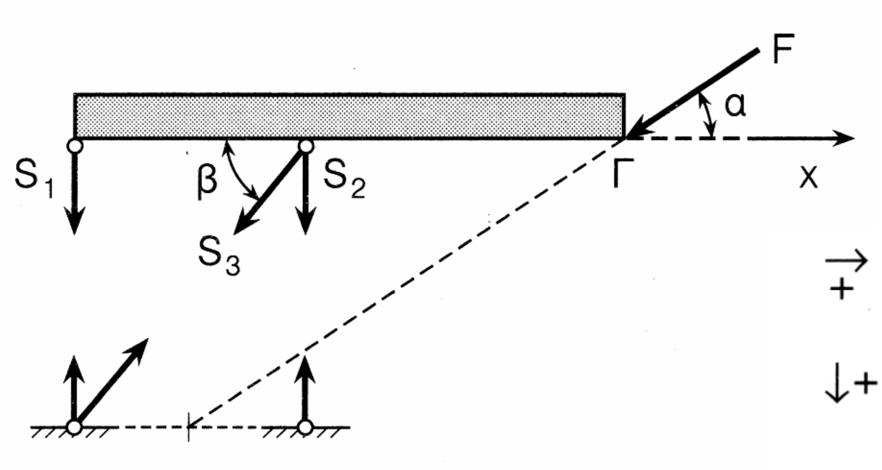
1/ **Αναλυτικά** με τις εξισώσεις ισορροπίας

2/ **Γραφικά**

3/ Με την κινηματική μέθοδο (**ΑΔΕ**)



1.1 Αναλυτική επίλυση – 2 εξ. ισορ. δυνάμεων & 1 εξ. ισορ. ροπών



$\overset{\rightarrow}{+}$ $\Sigma F_x = 0: \; - S_3 \cos\beta - F\cos\alpha = 0$

$\downarrow +$ $\Sigma F_z = 0:$

$$S_1 + S_3 \sin\beta + S_2 + F\sin\alpha = 0$$

$\Sigma M^\Gamma = 0: \; - S_1 \ell - S_3 \sin\beta\, a - S_2 a = 0$

Το σύστημα αυτό με αγνώστους τους **S_1, S_2** και **S_3** γράφεται σε **μητρωική** μορφή ως εξής:

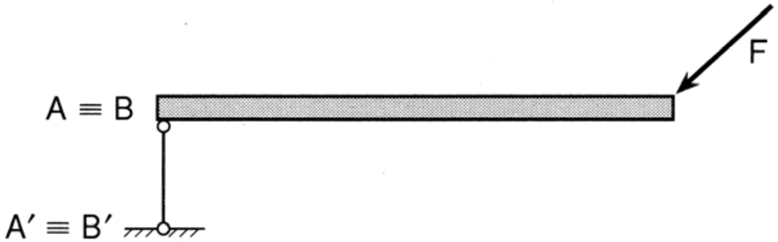
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos\beta \\ 1 & 1 & \sin\beta \\ \ell & a & a\sin\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F\cos\alpha \\ -F\sin\alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$

1.1 Αναλυτική επίλυση – 2 εξ. ισορ. δυνάμεων & 1 εξ. ισορ. Ροπών *(συνέχεια)*

Η ορίζουσα του συστήματος ισούται με: $D = (a - \ell)\cos\beta$

Το πρόβλημα **δεν έχει μονοσήμαντη λύση** όταν η ορίζουσα μηδενίζεται, δηλαδή όταν:

$$D = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a = \ell \quad \Leftrightarrow \quad \beta = \pi/2 \quad \Leftrightarrow$$



Σε αυτή την περίπτωση **δεν υπάρχει** τριάδα δεσμικών αντιδράσεων που να οδηγεί σε ισορροπία τον φορέα (ακινησία) και ο φορέας καλείται «**κινηματικός**».

Εφόσον η ισορροπία δεν ικανοποιείται είναι επόμενο ότι ο κινηματικός φορέας του σχήματος θα **επιταχύνεται** υπό την επίδραση της δύναμης F…
Ποιος θα ήθελε στο σπίτι του έναν τέτοιο πρόβολο; (5μονάδες)!

1.2 Αναλυτική επίλυση – **3** εξ. ισορ. Ροπών

Πράγματι, ισορροπία ροπών ως προς το σημείο Α δίνει:

$$\Sigma M^{A} = 0: \quad S_2 b + S_3 b \sin\beta + F\ell \sin\alpha = 0$$

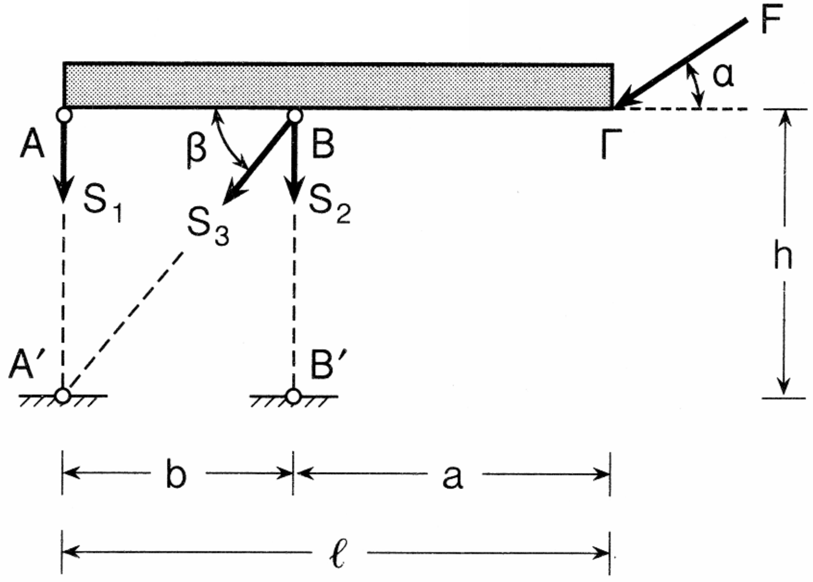
Η εξίσωση αυτή προκύπτει όμως από τις $\Sigma F_z = 0$ και $\Sigma M^B = 0$, αρκεί να γράψουμε τις εκφράσεις

$$\Sigma M^{A} = b\,\Sigma F_z - \Sigma M^{B} \quad \Rightarrow \quad \Sigma F_z = \frac{1}{a}\{\Sigma M^{B} + \Sigma M^{\Gamma}\}$$

Πράγματι, η εξίσωση ροπών ως προς το σημείο Α′ δίνει μία ανεξάρτητη εξίσωση:

$$\Sigma M^{A'} = 0: \quad S_2 b + F\ell \sin\alpha - Fh\cos\alpha = 0\,, \quad h = b\tan\beta.$$

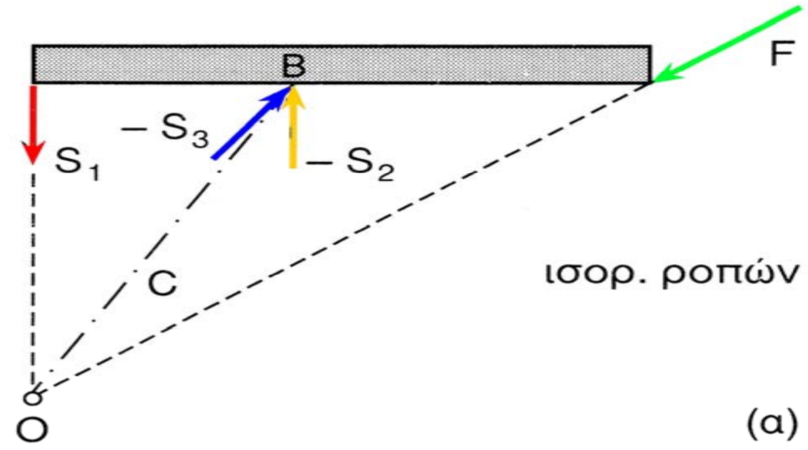
Με όποιο τρόπο και εάν εργαστούμε καταλήγουμε στις εξής τιμές των αντιδράσεων των δεσμικών ράβδων:



$$S_1 = F\,\frac{a}{b}\,\sin\alpha\,, \qquad S_3 = -F\,\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

$$S_2 = -F\,\frac{a}{b}\,\cos\alpha\,\tan\beta - F\,\frac{\ell}{b}\,\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta}$$

2. Γραφική επίλυση



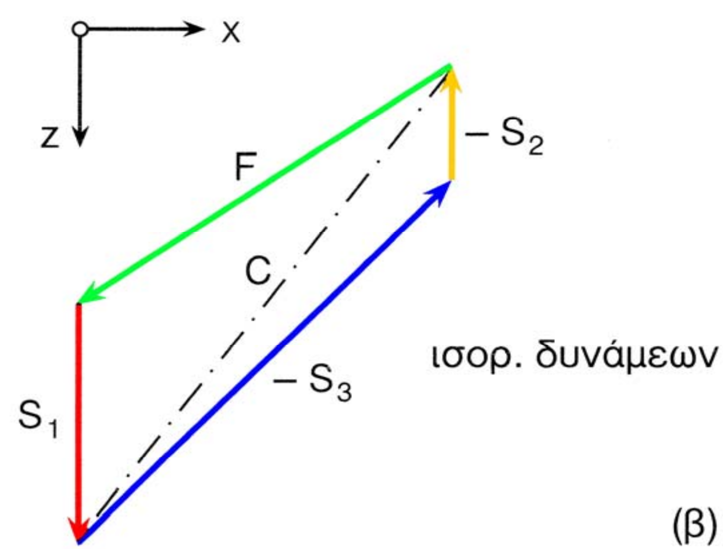
Όπως φαίνεται στο σχήμα οι δυνάμεις $\mathbf{S}_1$ και $\mathbf{F}$ συντρέχουν στο σημείο O ενώ οι δυνάμεις $\mathbf{S}_2$ και $\mathbf{S}_3$ συντρέχουν στο σημείο B. Επίσης, η συνισταμένη $\mathbf{C}$ των $\mathbf{S}_1$ και $\mathbf{F}$ θα πρέπει να είναι ίση και αντίθετη της συνισταμένης των $\mathbf{S}_2$ και $\mathbf{S}_3$. Αυτό σημαίνει ότι ο φορέας της συνισταμένης

$$\mathbf{C} = \mathbf{F} + \mathbf{S}_1$$

και της

$$-\mathbf{C} = \mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_2$$

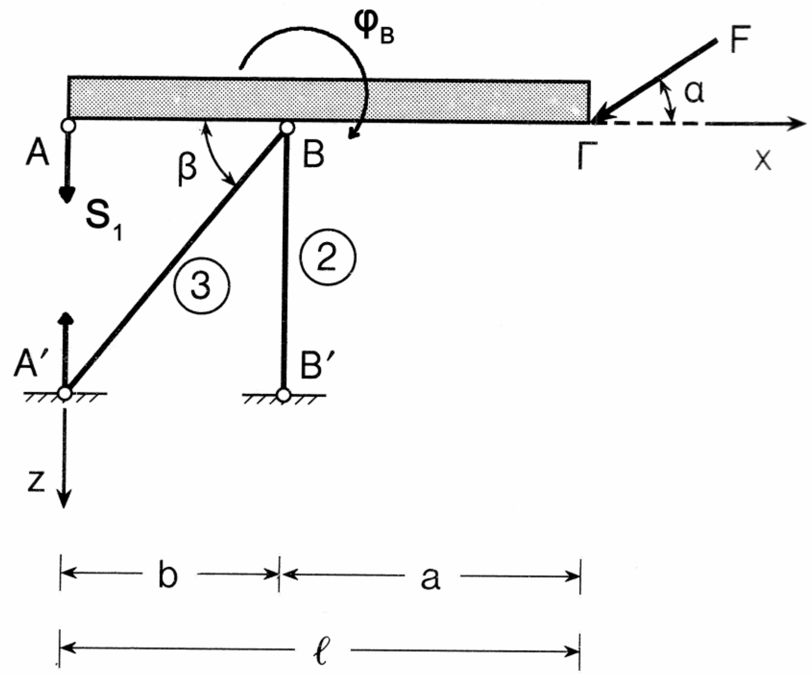
είναι η ευθεία OB, η οποία όπως είδαμε παραπάνω καλείται ευθεία Culmann. Από το δυναμοπολύγωνο φαίνεται ότι οι τάσεις S_3, S_2 των αντίστοιχων δεσμικών ράβδων μπορούν να προσδιοριστούν γραφικά με τη βοήθεια της ευθείας Culmann.



3. Κινηματική μέθοδος (ΑΔΕ)

"Αφαιρώντας" τη δεσμική ράβδο (1) ο φορέας μετατρέπεται σε κινηματικό με **βαθμό ελευθερίας** τη στροφή **φ_B**.

Για μικρές **δυνατές** (εν δυνάμει) τιμές της γωνίας φ_B η **ΑΔΕ** μας δίνει:



$$\delta W\left(\varphi_B\right)=0$$

$$\delta W_F+\delta W_{S_1}=0$$

$$a\,F\sin a\,\varphi_B-S_1 b\varphi_B=0$$

$$\boxed{S_1=\frac{a}{b}F\sin a}$$