Ασκήσεις στις Χαρακτηριστικές Γραμμές

Κυκλοφορία χωρίς κρουστικό κύμα

Άσκηση

Γίνεται η υπόθεση ότι κάτω από κανονικές συνθήκες η εμπειρική σχέση ταχύτητας-πυκνότητας κυκλοφοριακής ροής είναι κατά προσέγγιση η εξής:

$$V = v_{\max}\left(1-\frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)$$

όπου $v_{\max} = 80\, km/hr$ και $\rho_{\max} = 150\, cars/km$.

1. Ζητείται να υπολογιστούν η πυκνότητα κυκλοφοριακής ροής ρ_m και η ροή q_m που αντιστοιχούν στην βέλτιστη ροή οχημάτων. Τι κλάσμα της μέγιστης ταχύτητας αντιστοιχεί σε αυτή την κατάσταση;
2. Με ποια ταχύτητα μεταδίδονται γραμμικά κύματα πυκνότητας στην κατάσταση βέλτιστης ροής;

Λύση

1. Η ροή δίνεται από τη σχέση

$$q = Q(\rho) = \rho V$$

όπου η ταχύτητα V έχει ήδη δοθεί, και επομένως

$$q = Q(\rho) = \rho v_{\max}\left(1-\frac{\rho}{\rho_{\max}}\right) = v_{\max}\left(\rho-\frac{\rho^2}{\rho_{\max}}\right) = v_{\max}\rho_{\max}\left(\frac{\rho}{\rho_{\max}}-\left(\frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)^2\right)$$

$$q = Q(\rho) = 1200\left(\frac{\rho}{150}-\left(\frac{\rho}{150}\right)^2\right) \quad [cars/hr]$$

Προκειμένου να βελτιστοποιήσουμε την ροή ως προς την πυκνότητα αρκεί να βρούμε το σημείο μηδενισμού της παραγώγου της ροής

$$\left.\frac{dQ}{d\rho}\right|_{\rho=\rho_m} = v_{\max}\left(1-2\frac{\rho_m}{\rho_{\max}}\right) = 0 \Rightarrow \rho_m = \frac{1}{2}\rho_{\max} = 75\, cars/km$$

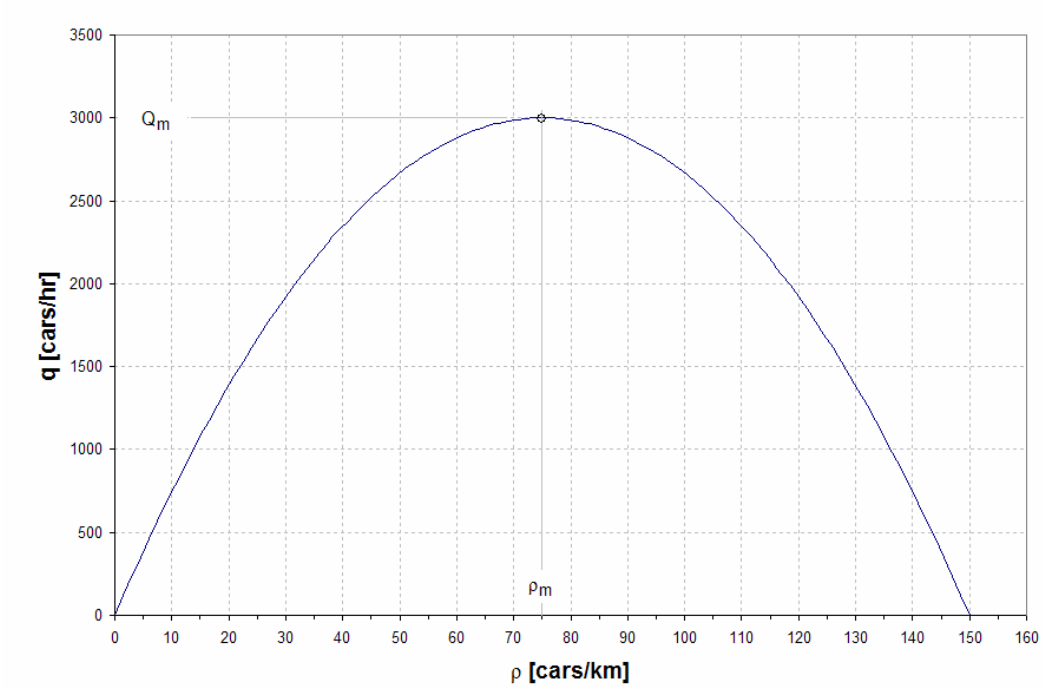
Τότε η ροή λαμβάνει την μέγιστη τιμή της, η οποία και είναι

$$Q_m = Q(\rho_m) = \rho_{\max} v_{\max}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}\rho_{\max} v_{\max} = 3000\, cars/hr$$

Από τη στιγμή που $\rho_m = \frac{1}{2}\rho_{\max}$ θα ισχύει

$$v_m = v_{\max}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}v_{\max}$$

άρα η βέλτιστη ταχύτητα για την ροή είναι το μισό της μέγιστης.



2. Για $\rho = \rho_m$ η ωκύτητα είναι ίση με το 0

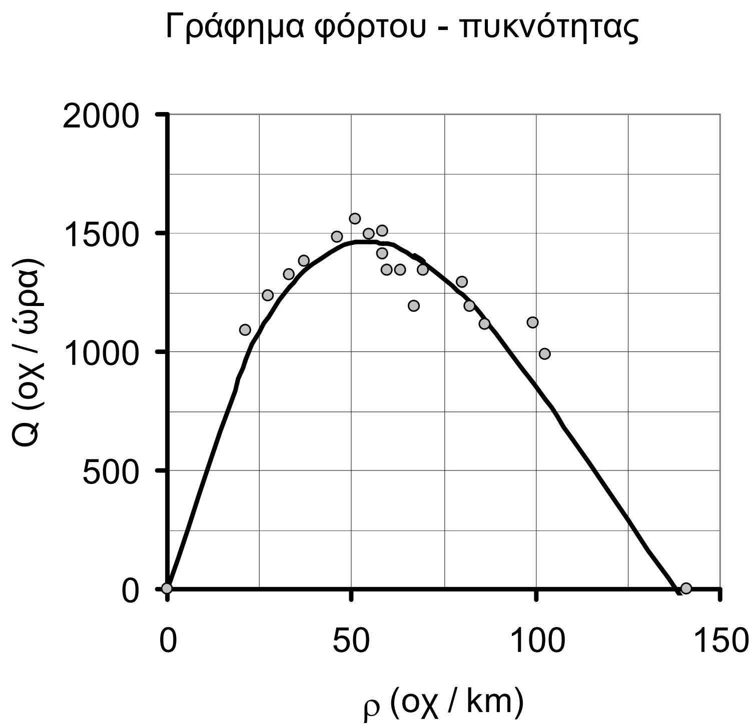
$$c_m = C(\rho_m) = \left.\frac{dQ}{d\rho}\right|_{\rho=\rho_m} = v_{\max}\left(1 - 2\frac{\rho_m}{\rho_{\max}}\right) = 0$$

Με δεδομένο ότι η ωκύτητα περιγράφει την ταχύτητα διάδοσης μιας διαταραχής είναι εμφανές ότι στην κατάσταση βέλτιστης ροής μικρές διαταραχές της πυκνότητας δεν μεταδίδονται.

Άσκηση

Δίδεται η εμπειρική σχέση κυκλοφοριακού φόρτου-πυκνότητας

$$\begin{aligned} &Q = a\rho^3 + b\rho^2 + c\rho \\ &a = 0.002 \\ &b = -0.73 \\ &c = 60.2 \end{aligned}$$



Με βάση την παραπάνω σχέση να απαντηθούν τα παρακάτω ερωτήματα:

1. Ποια είναι η μέγιστη και ελάχιστη προβλεπόμενη μέση ταχύτητα των οχημάτων σε μία αρτηρία;
2. Για ποια τιμή της πυκνότητας δεν παρατηρείται διάδοση διαταραχών σε μία οδική αρτηρία;

Λύση

1. Είναι γνωστό ότι $Q = \rho v$, άρα από την ροή, η οποία και δίνεται μπορεί να υπολογιστεί η ταχύτητα ως συνάρτηση της πυκνότητας

$$v = \frac{Q}{\rho} = \mathrm{a}\rho^2 + b\rho + c$$

Η πρώτη παράγωγος της ταχύτητας ως προς την πυκνότητα θα είναι

$$\frac{dv}{d\rho} = 2\mathrm{a}\rho + b$$

Με βάση την τιμή των σταθερών a και b , η ταχύτητα είναι φθίνουσα συνάρτηση της πυκνότητας ροής, αφού η παράγωγός της είναι αρνητική. Άρα θα έχει μέγιστη τιμή για $\rho = 0$

$$v_{\max} = c = 60.2\, km/hr$$

και ελάχιστη

$$v_{\min} = 0$$

αφού το γινόμενο ταχύτητας και πυκνότητας μηδενίζεται για θετική τιμή της πυκνότητας, όπως φαίνεται και από το διάγραμμα.

2. Προκειμένου να μην παρατηρείται διάδοση διαταραχών θα πρέπει η ωκύτητα να είναι ίση με το μηδέν, θα πρέπει δηλαδή να ισχύει

$$C\left(\rho_m\right) = \left.\frac{dQ}{d\rho}\right|_{\rho=\rho_m} = 0 \Rightarrow$$

$$3\mathrm{a}\rho_{\mathrm{m}}^2 + 2b\rho_m + c = 0$$

Οι ρίζες της τελευταίας εξίσωσης είναι

$$\rho_1 = 190.73\, cars/km$$

και

$$\rho_2 = 52.61\, cars/km$$

Παρατηρώντας το διάγραμμα της ροής ως συνάρτηση της πυκνότητας είναι εμφανές ότι η πρώτη ρίζα δεν είναι αποδεκτή ως λύση, καθώς αντιστοιχεί σε μη εφικτή πυκνότητα. Άρα για πυκνότητα

$$\rho_m = 52.61\, cars/km$$

δεν παρατηρείται διάδοση διαταραχών.

Άσκηση

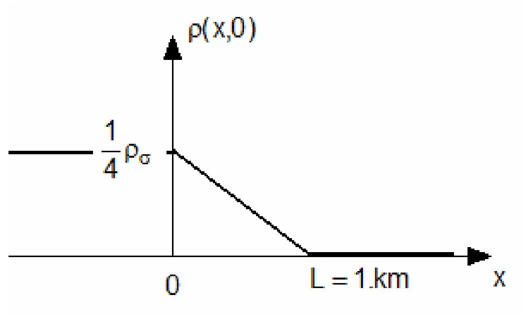
Θεωρούμε ότι η ροή περιγράφεται από την συνάρτηση

$$q = Q\left(\rho\right) = 4Q_m \frac{\rho}{\rho_s}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right)$$

όπου $Q_m = 1500\, cars/hr$ και $\rho_s = 150\, cars/km$.

Για τον αρχικό χρόνο $t = 0$ δίνεται η συνθήκη

$$\rho\left(x,0\right) = \begin{cases} \frac{1}{4}\rho_s & x < 0\, km \\ \frac{1}{4}\rho_s\left(1-x\right) & 0 \le x \le 1\, km \\ 0 & 1\, km < x \end{cases}$$



Ζητείται να σχεδιαστούν οι χαρακτηριστικές γραμμές στο διάστημα $-1\,km \le x \le 2\,km$, καθώς και η κατανομή της πυκνότητας της κυκλοφοριακής ροής στο ίδιο διάστημα για την χρονική στιγμή $t_1 = 3\min$.

Λύση

Καταρχήν πρέπει να βρεθεί η διαφορική εξίσωση που περιγράφει το πρόβλημα. Είναι γνωστό ότι αυτή θα είναι της μορφής

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + C(\rho)\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

οπότε είναι αναγκαίο απλά να βρεθεί η ωκύτητα $C(\rho)$. Σύμφωνα με τον ορισμό της ωκύτητας

$$C(\rho) = \frac{dQ}{d\rho} = 4Q_m \frac{1}{\rho_s}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right) - 4Q_m \frac{1}{\rho_s}\frac{\rho}{\rho_s} = 4Q_m \frac{1}{\rho_s}\left(1 - 2\frac{\rho}{\rho_s}\right)$$

Οι χαρακτηριστικές γραμμές θα είναι της μορφής

$$x - C\left(\rho\left(x_0, 0\right)\right)t = x_0$$

όπου x_0 είναι το σημείο που τέμνει η χαρακτηριστική γραμμή τον οριζόντιο άξονα, και κατά μήκος τους η πυκνότητα της κυκλοφοριακής ροής θα είναι σταθερή.
Με βάση την αρχική συνθήκη μπορούμε να διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις.
Για $x_0 < 0\,km$

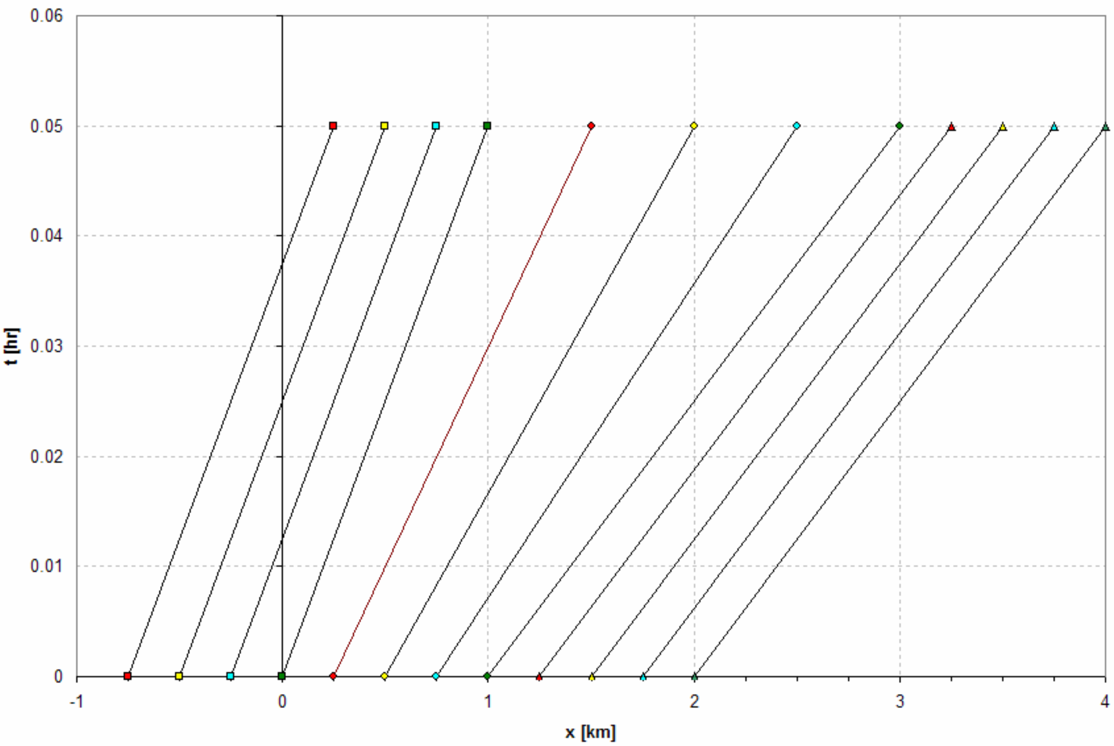
$$c_1 = C(0) = 4\frac{Q_m}{\rho_s}\left(1 - 2\frac{0}{\rho_s}\right) = 4\frac{Q_m}{\rho_s}$$

Για $x_0 > 1\,km$

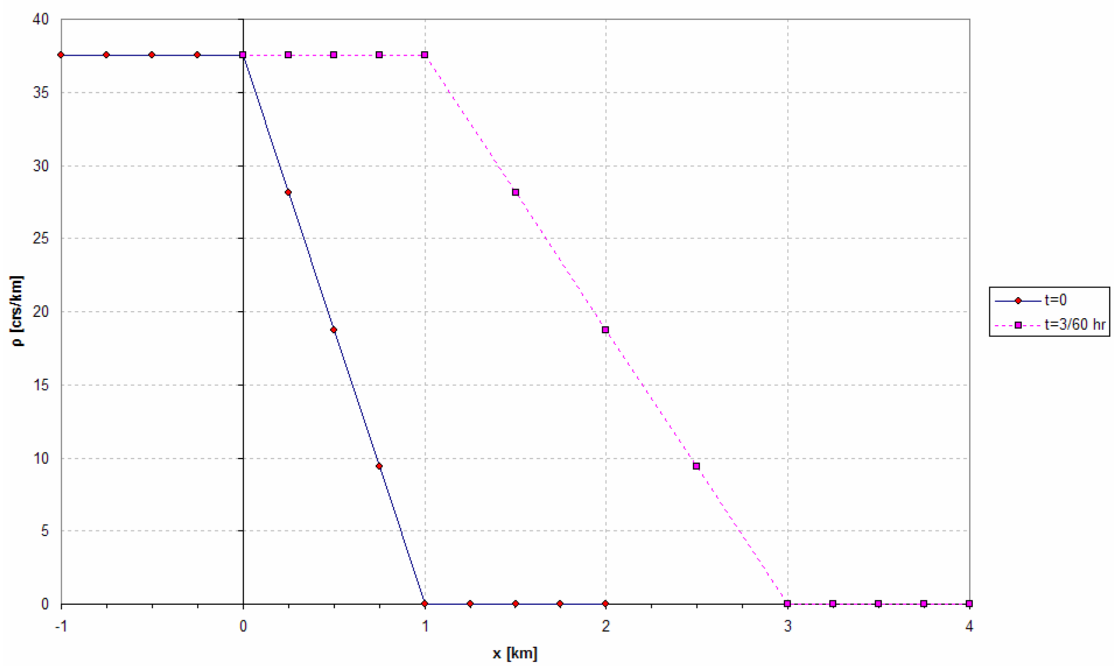
$$c_3 = C(0) = 4\frac{Q_m}{\rho_s}\left(1 - 2\frac{0}{\rho_s}\right) = 4\frac{Q_m}{\rho_s}$$

Για τις ενδιάμεσες τιμές του x_0 η ωκύτητα πρέπει να υπολογιστεί κατά περίπτωση. Οι χαρακτηριστικές σχεδιάζονται ανάλογα. Ο χρόνος για τον οποίο ζητείται η κατανομή της πυκνότητας της κυκλοφοριακής ροής είναι ίσος με 0.05 hr. Η πρώτη στήλη του πίνακα δηλώνει το σημείο τομής της χαρακτηριστικής με τον οριζόντιο άξονα, η δεύτερη τη σταθερή τιμή της πυκνότητας επί της συγκεκριμένης χαρακτηριστικής γραμμής, η τρίτη το αντίστροφο της κλίσης της χαρακτηριστικής και η τέταρτη την συνιστώσα του χώρου για κάθε χαρακτηριστική για τον χρόνο για τον οποίο ζητείται η κατανομή της πυκνότητας της κυκλοφορίας. Από τα δεδομένα αυτά μπορούν να προκύψουν τα ζητούμενα διαγράμματα.

x_0	$\rho(x_0,0)$	$C(\rho)$	$x_1 = Ct_1 + x_0$
[km]	[cars/km]	[km/hr]	[km]
-1.0	37.5	20	0.0
-0.75	37.5	20	0.25
-0.5	37.5	20	0.5
-0.25	37.5	20	0.75
0.0	37.5	20	1.0
0.25	28.125	25	1.5
0.5	18.75	30	2.0
0.75	9.375	35	2.5
1.0	0	40	3
1.25	0	40	3.25
1.5	0	40	3.5
1.75	0	40	3.75
2.0	0	40	4.0



0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
t [hr]
-1
0
1
2
3
4
x [km]



40
35
30
25
20
15
10
5
0
ρ [crs/km]
-1
0
1
2
3
4
x [km]
t=0
t=3/60 hr

Κυκλοφορία με κρουστικό κύμα

Άσκηση

Θεωρούμε ότι η ροή περιγράφεται από την συνάρτηση

$$q = Q(\rho) = 4Q_m \frac{\rho}{\rho_s}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right)$$

όπου $Q_m = 1600\, cars/hr$ και $\rho_s = 160\, cars/km$.

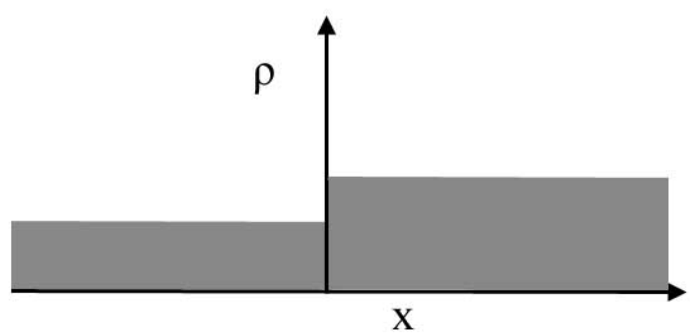
Για τον αρχικό χρόνο $t = 0$ δίνεται η συνθήκη

$$\rho(x,0) = \begin{cases} \frac{1}{2}\rho_s & x < 0\, km \\ \frac{3}{4}\rho_s & 0 < x \end{cases}$$

Ζητείται η θέση του κρουστικού κύματος ως συνάρτηση του χρόνου. Επίσης να βρεθεί η πυκνότητα της κυκλοφοριακής ροής για $t_1 = 0.5\, hr$ με τη μέθοδο των χαρακτηριστικών γραμμών.

Λύση

Για $t = 0$ η κατανομή της πυκνότητας της κυκλοφοριακής ροής είναι αυτή που φαίνεται στο διάγραμμα.



Η ωκύτητα δίνεται από τη σχέση

$$C(\rho) = \frac{dQ}{d\rho} = 4\frac{Q_m}{\rho_s}\left(1 - 2\frac{\rho}{\rho_s}\right)$$

Για $x_0 < 0$ και για $t = 0$ η πυκνότητα θα είναι, από την αρχική συνθήκη $\rho_1 = \frac{1}{2}\rho_s$, οπότε η ωκύτητα θα είναι ίση με το 0. Αυτό σημαίνει ότι οι χαρακτηριστικές γραμμές θα έχουν άπειρη κλίση, δηλαδή θα είναι κατακόρυφες.

Για $x_0 > 0$ και για $t = 0$ η πυκνότητα θα είναι, από την αρχική συνθήκη $\rho_2 = \frac{3}{4}\rho_s$, οπότε η ωκύτητα θα είναι ίση με $C(\rho_2) = -2\frac{Q_m}{\rho_s}$. Προκύπτουν οι χαρακτηριστικές γραμμές

x0	C
-1	0
-0.75	0
-0.5	0
-0.25	0
0	
0.25	-20
0.5	-20
0.75	-20
1	-20

t	l1	l2	l3	l4	l6	l7	l8	l9
0	-1	-0.75	-0.5	-0.25	0.25	0.5	0.75	1
0.01	-1	-0.75	-0.5	-0.25	0.05	0.3	0.55	0.8
0.02	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-0.15	0.1	0.35	0.6
0.03	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-0.35	-0.1	0.15	0.4
0.04	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-0.55	-0.3	-0.05	0.2
0.05	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-0.75	-0.5	-0.25	0
0.06	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-0.95	-0.7	-0.45	-0.2
0.07	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-1.15	-0.9	-0.65	-0.4
0.08	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-1.35	-1.1	-0.85	-0.6
0.09	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-1.55	-1.3	-1.05	-0.8
0.1	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-1.75	-1.5	-1.25	-1
0.11	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-1.95	-1.7	-1.45	-1.2
0.12	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-2.15	-1.9	-1.65	-1.4
0.13	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-2.35	-2.1	-1.85	-1.6
0.14	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-2.55	-2.3	-2.05	-1.8
0.15	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-2.75	-2.5	-2.25	-2
0.16	-1	-0.75	-0.5	-0.25	-2.95	-2.7	-2.45	-2.2

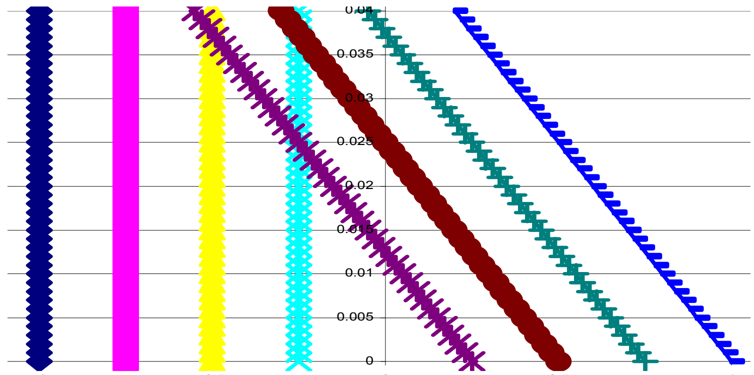
με βάση τη σχέση

$$x = x_0 + ct$$

οι οποίες και φαίνονται στο διάγραμμα.

Είναι εμφανές ότι σχηματίζεται κρουστικό κύμα. Το επόμενο βήμα είναι να υπολογιστεί η ταχύτητά του. Είναι γνωστό ότι αυτή δίνεται από την συνθήκη Rankine - Hugoniot

$$c_d = \frac{[q]}{[\rho]}$$



Η ροή στα δεξιά του κρουστικού κύματος θα ειναι

$$q^{+} = Q\left(\frac{3}{4}\rho_s\right) = -2\frac{Q_m}{\rho_s}$$

ενώ στα αριστερά του θα είναι

$$q^{-} = Q\left(\frac{1}{2}\rho_s\right) = 2\frac{Q_m}{\rho_s}$$

Αντίστοιχα η πυκνότητα στα δεξιά θα είναι

$$\rho^{+} = \frac{3}{4}\rho_s$$

ενώ στα αριστερά

$$\rho^{-} = \frac{1}{2}\rho_s$$

Επομένως

$$c_q = -16\frac{Q_s}{\rho_s^2} = -1\frac{km}{hr}$$

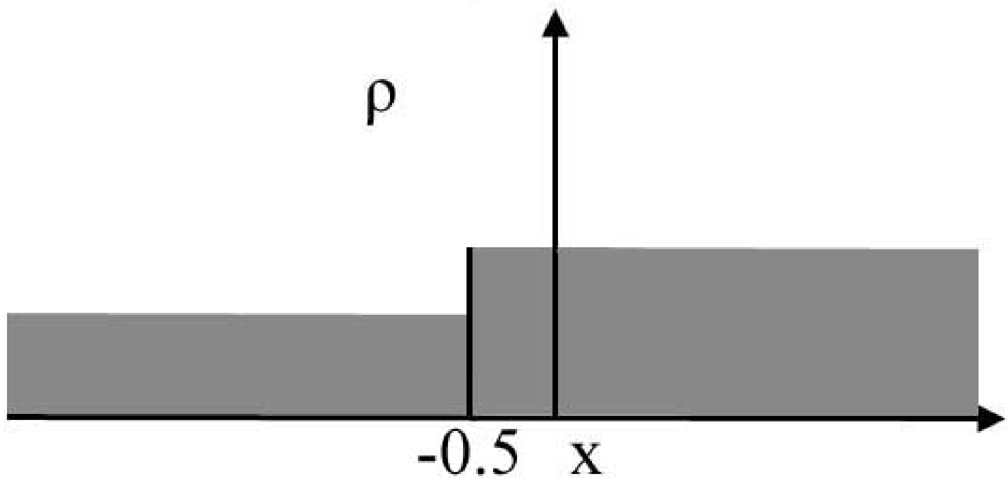
Η θέση του κρουστικού κύματος θα δίνεται από τη σχέση

$$x_d = x_{d,0} + c_d t$$

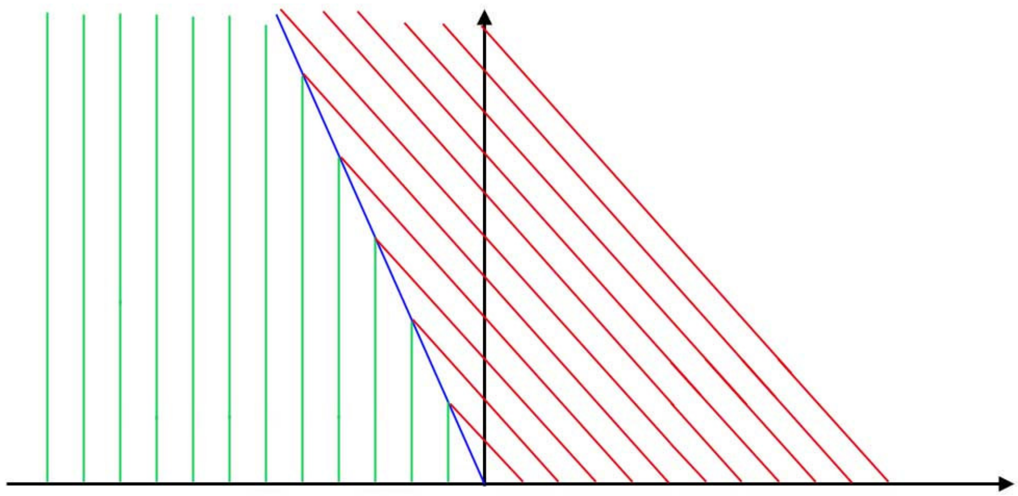
Για $t = 0$ το κρουστικό κύμα βρίσκεται στην θέση $x_{d,0} = 0$, άρα

$$x_d = -1\frac{km}{hr}t$$

Για $t_1 = 0.5\,hr$ το κρουστικό κύμα θα βρίσκεται στη θέση $x_1 = -0.5\,km$. Δεξιά της θέσης του η πυκνότητα της κυκλοφοριακής ροής θα είναι $\rho = \frac{3}{4}\rho_s$, ενώ αριστερά $\rho = \frac{1}{2}\rho_s$. Η κατανομή φαίνεται στο διάγραμμα.



Οι χαρακτηριστικές γραμμές φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Άσκηση

Υποθέτουμε ότι κάτω από κανονικές συνθήκες η εμπειρική σχέση ταχύτητας-πυκνότητας κυκλοφοριακής ροής δίδεται κατά προσέγγιση από τις εξής σχέσεις:

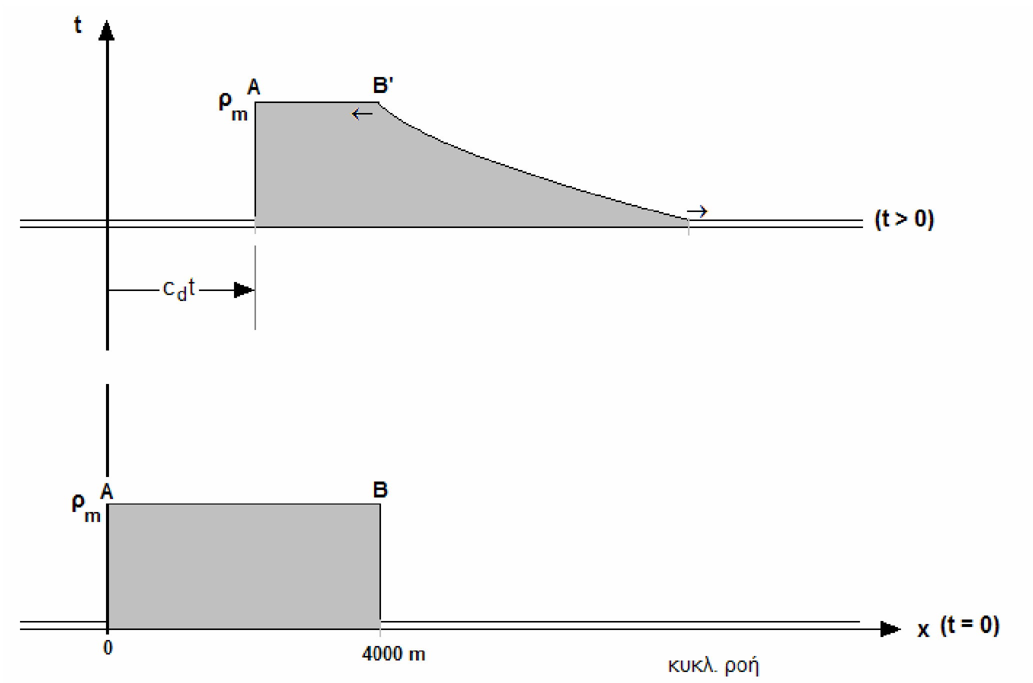
$$v = V(\rho) = v_{\max}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right) \tag{1.1}$$

όπου $v_{\max} = 120\, km/hr$ και $\rho_{\max} = 200\, cars/km$. Για την χρονική στιγμή $t = 0$ δίνεται η (αρχική) κατανομή της πυκνότητας

$$\rho(x,0) = \begin{cases} 0 & x < 0\, km \\ \rho_m & 0 \le x \le 4\, km \\ 0 & x > 4\, km \end{cases} \tag{1.2}$$

όπου ρ_m είναι η βέλτιστη πυκνότητα κυκλοφοριακής ροής.

Για την παραπάνω αρχική συνθήκη, εξ. (1.1), να υπολογισθεί ο χρόνος ($t = t_1$ σε min) και ο τόπος ($x = x_1$ σε km), όπου το κύμα εκτόνωσης θα συναντήσει για πρώτη φορά το επερχόμενο κρουστικό μέτωπο ($\mathrm{A} \leftarrow \mathrm{B}'$).



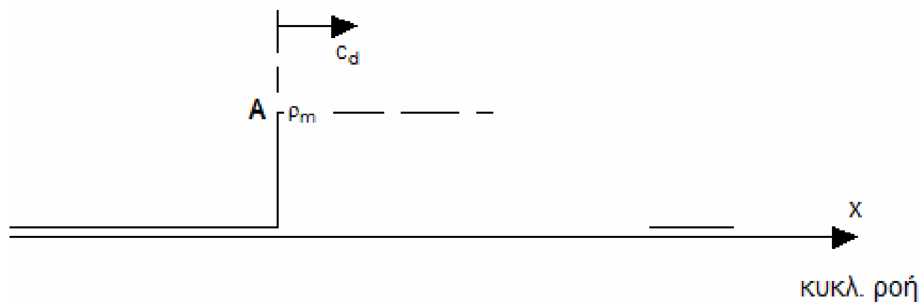
Υπόδειξη:

Να γίνει χρήση της μεθόδου των Χαρακτηριστικών Γραμμών.

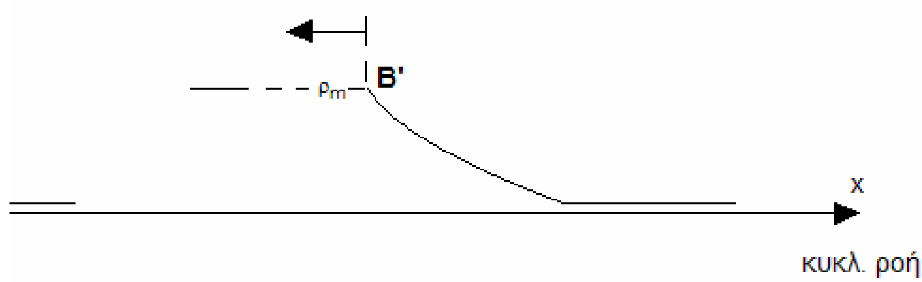
Αρχικά το κρουστικό κύμα στα αριστερά της κατανομής μεταδίδεται με σταθερή ταχύτητα c_d. **Μόνο αυτή η φάση μας ενδιαφέρει εδώ**.

Εδώ να αντιμετωπιστεί η αρχική φάση της μετατόπισης του κρουστικού κύματος, που αφορά στην απότομη πύκνωση στα αριστερά της αρχικής κατανομής (σχ. (α), σημείο Α).

Στη συνέχεια να αντιμετωπιστεί η εκτόνωση της πύκνωσης στα δεξιά της αρχικής κατανομής (σχ. (β), σημείο Β′)



(α)

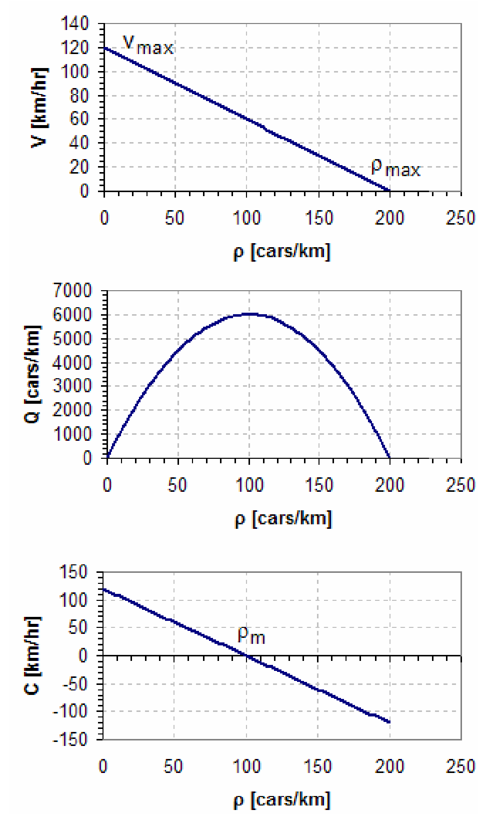


(β)

Λύση

Δίδεται η γραμμική καταστατική σχέση ταχύτητας – πυκνότητας

$$V(\rho) = v_{\max}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)$$



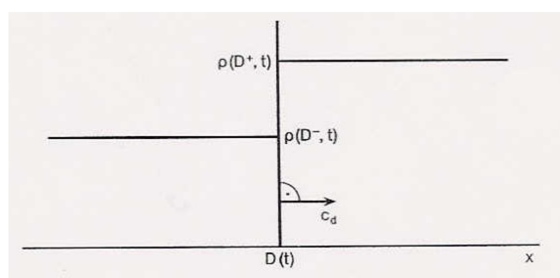
Παρατηρούμε τώρα ότι στη βάση αυτής της καταστατικής σχέσης έχουμε,

$$Q(\rho) = \rho V(\rho) = v_{\max}\left(\rho - \frac{\rho^2}{\rho_{\max}}\right)$$

$$C(\rho) = \frac{dQ}{d\rho} = v_{\max}\left(1 - 2\frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)$$

$$\rho_m = \frac{1}{2}\rho_{\max}$$

Η συνθήκη Rankine-Hugoniot για την ταχύτητα μετάδοσης του κρουστικού κύματος είναι,



$$c_d = \frac{[q]}{[\rho]}$$

όπου

$$[\rho] = \rho^+ - \rho^-$$

και

$$[q] = q^+ - q^-$$

Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε:

$$\left[\rho\right] = \rho_m - 0 = \rho_m = \frac{1}{2}\rho_{\max}$$

και

$$\left[q\right] = q^+ - q^- = v_{\max}\left(\rho_{\mathrm{m}} - \frac{\rho_m^2}{\rho_{\max}}\right) - 0 = v_{\max}\left(\frac{1}{2}\rho_{\max} - \frac{\frac{1}{4}\rho_{\max}^2}{\rho_{\max}}\right) = \frac{1}{4}v_{\max}\rho_{\max}$$

Οπότε

$$c_d = \frac{\frac{1}{4}v_{\max}\rho_{\max}}{\frac{1}{2}\rho_{\max}} = \frac{1}{2}v_{\max} = 60\,km/hr\ (*)$$

<u>Δίκτυο Χ.Γ.</u>: Πάνω στο άξονα x (t=0) και για:

1) $x < 0$: Οι Χ.Γ. είναι ευθείες με κλίση,

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{C(0)} = \frac{1}{v_{\max}} = \frac{1}{120\,km/hr} = \frac{60}{120}\frac{min}{km} = 0.5\frac{min}{km}$$

2) $0 \le x \le 4$: Οι Χ.Γ. είναι κατακόρυφες ευθείες,

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{C(\rho_{\max})} = \frac{1}{0} = \inf$$

3) $x > 4$: Οι Χ.Γ. είναι ευθείες με κλίση,

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{C(0)} = \frac{1}{v_{\max}} = 0.5\frac{min}{km}$$

Οι Χ.Γ. της οικογένειας (1) και της οικογένειας (2) τέμνονται κατά μήκος της γραμμής ζωής του κρουστικού κύματος, η οποία αρχικά (δηλ. εφ'όσον ισχύει η παραπάνω σχέση (*)) είναι επίσης ευθεία γραμμή με κλίση

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{c_d} = \frac{1}{60\frac{km}{hr}} = \frac{60}{60}\frac{min}{km} = 1\frac{min}{km}$$

4) Στο σημείο Prandtl $P\left(4\,km, 0\,min\right)$ οι Χ.Γ. είναι δέσμη ευθειών που ξεκινάνε με κλίση κατακόρυφη (=οικογ. (2)) και τελειώνουν με τη κλίση της οικογένειας (1).

Θεωρούμε το σημείο $A\left(4\,km, 4\,min\right)$ όπου η κατακόρυφη Χ.Γ. από το πέρας της πύκνωσης τέμνει τη γραμμή ζωής του κρουστικού κύματος. Για το σχεδιασμό της κατανομής της πυκνότητας στο χρόνο αυτό διαλέγουμε τις εξής Χ.Γ. της δέσμης εκτόνωσης,

- (ΧΓ) με κλίση: $\dfrac{\Delta t}{\Delta x} = \dfrac{1}{C_1} = \dfrac{4}{1}\dfrac{min}{km} \Rightarrow C_1 = 0.25 \cdot 60\dfrac{km}{hr} = 15\,km/hr$

Η κλίση αυτής της ΧΓ αντιστοιχεί σε ταχύτητα μετάδοσης κύματος,

$$C = v_{\max}\left(1 - 2\frac{\rho}{\rho_{\max}}\right) \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{\rho_{\max}}{2}\left(1 - \frac{C}{v_{\max}}\right) = \frac{200}{2}\frac{cars}{km}\left(1 - \frac{15}{120}\right) = 87.5\frac{cars}{km}$$

Η Χ.Γ. αυτή τέμνει τον χρονικό ορίζοντα $t = 4.\min$ στο σημείο

$$a\left(5\,km, 4\,min\right)$$

- (Χ.Γ.) με κλίση: $\dfrac{\Delta t}{\Delta x} = \dfrac{1}{C_1} = \dfrac{2}{1}\dfrac{min}{km} \Rightarrow C_1 = 0.5 \cdot 60\dfrac{km}{hr} = 30\dfrac{km}{hr}$

$$\rho = \frac{200}{2}\frac{cars}{km}\left(1 - \frac{30}{120}\right) = 75\frac{cars}{km} \quad , \quad \beta\left(6\,km, 4\,min\right)$$

- (Χ.Γ.) με κλίση: $\dfrac{\Delta t}{\Delta x} = \dfrac{1}{C_1} = \dfrac{1}{1}\dfrac{min}{km} \Rightarrow C_1 = 1 \cdot 60\dfrac{km}{hr} = 60\dfrac{km}{hr}$

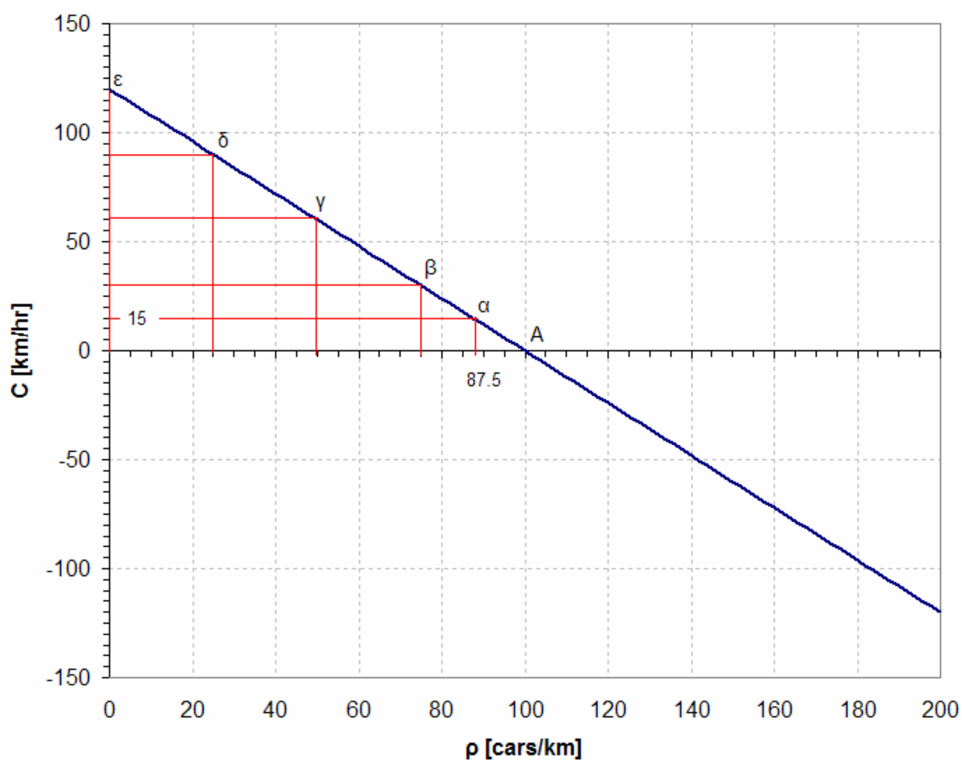
$$\rho = \frac{200}{2}\frac{cars}{km}\left(1 - \frac{60}{120}\right) = 50\frac{cars}{km} \quad , \quad \gamma\left(8\,km, 4\,min\right)$$

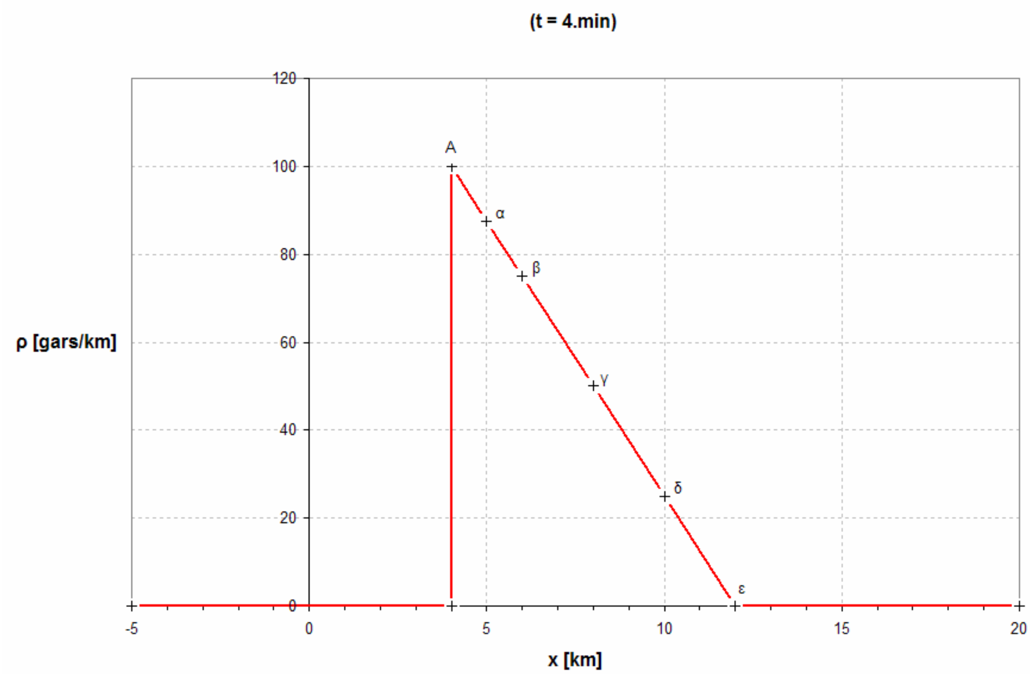
- (Χ.Γ.) με κλίση: $\dfrac{\Delta t}{\Delta x} = \dfrac{1}{C_1} = \dfrac{2}{3}\dfrac{min}{km} \Rightarrow C_1 = 1.5 \cdot 60\dfrac{km}{hr} = 90\dfrac{km}{hr}$

$$\rho = \frac{200}{2}\frac{cars}{km}\left(1-\frac{90}{120}\right)=25\frac{cars}{km} \;\;,\;\; \delta\left(10\,km, 4\,min\right)$$

- (Χ.Γ.) με κλίση: $\dfrac{\Delta t}{\Delta x}=\dfrac{1}{C_1}=\dfrac{1}{2}\dfrac{min}{km}\Rightarrow C_1 = 2\cdot 60\dfrac{km}{hr}=120\dfrac{km}{hr}$

$$\rho = \frac{200}{2}\frac{cars}{km}\left(1-\frac{120}{120}\right)=0\frac{cars}{km} \;\;,\;\; \varepsilon\left(12\,km, 4\,min\right)$$




(t = 4.min)
ρ [gars/km]
x [km]
A
α
β
γ
δ
ε
120
100
80
60
40
20
0
-5
0
5
10
15
20